

नामांक				Roll No.		

No. of Questions — 24

No. of Printed Pages — 7

SS—15-2—Maths. II

उच्च माध्यमिक परीक्षा, 2010

SENIOR SECONDARY EXAMINATION, 2010

वैकल्पिक वर्ग I तथा II — कला व विज्ञान वर्ग

(OPTIONAL GROUPS I & II — HUMANITIES AND SCIENCE)

गणित — द्वितीय पत्र

(MATHEMATICS — Second Paper)

समय : 3 $\frac{1}{4}$ घण्टे

पूर्णांक : 60

परीक्षार्थियों के लिए आवश्यक निर्देश :

GENERAL INSTRUCTIONS FOR EXAMINEES :

1. परीक्षार्थी सर्वप्रथम अपने प्रश्न पत्र पर नामांक अनिवार्यतः लिखें ।

Candidate must write first his / her Roll No. on the question paper compulsorily.

2. प्रश्न पत्र के हिन्दी व अंग्रेजी रूपान्तर में किसी प्रकार की त्रुटि / अन्तर / विरोधाभास होने पर हिन्दी भाषा के प्रश्न को सही मानें ।

If there is any error / difference / contradiction in Hindi and English versions of the question paper, the question of Hindi version should be treated valid.

3. सभी प्रश्न करने अनिवार्य हैं । प्रश्न क्रमांक 23 व 24 में आन्तरिक विकल्प हैं ।

All questions are compulsory. Question Nos. 23 and 24 have internal choice.

4. प्रश्न क्रमांक 2 से 7 तक अति लघूत्तरात्मक प्रश्न हैं ।

Question Nos. 2 to 7 are Very Short Answer type.

5. प्रत्येक प्रश्न का उत्तर दी गई उत्तर-पुस्तिका में ही लिखें ।

Write the answer of each question in answer-book only.

6. जिस प्रश्न के एक से अधिक समान अंक वाले भाग हैं, उन सभी भागों का हल एक साथ सतत् लिखें ।

For questions having more than one part carrying similar marks, the answers of those parts are to be written together in continuity.

7. प्रश्न क्रमांक 8 का लेखाचित्र ग्राफ-पेपर पर बनाइए ।

Graph for Question No. 8 should be drawn on the graph paper.

8. अपनी उत्तर-पुस्तिका के पृष्ठों के दोनों ओर लिखिए । यदि कोई रफ़ कार्य करना हो, तो उत्तर-पुस्तिका के अंतिम पृष्ठों पर करें और इन्हें तिरछी लाइनों से काटकर उन पर 'रफ़ कार्य' लिख दें ।

Write on both sides of the pages of your answer-book. If any rough work is to be done, do it on last pages of the answer-book and cross with slant lines and write 'Rough Work' on them.

9. प्रश्न क्रमांक 1 के चार भाग (i, ii, iii तथा iv) हैं । प्रत्येक भाग के उत्तर के चार विकल्प (क, ख, ग एवं घ) हैं । सही विकल्प का उत्तराक्षर उत्तर-पुस्तिका में निम्नानुसार तालिका बनाकर लिखें :

There are *four* parts (i, ii, iii and iv) in Question No. 1. Each part has *four* alternatives A, B, C and D. Write the letter of the correct alternative in the answer-book at a place by making a table as mentioned below :

प्रश्न क्रमांक Question No.	उत्तर का सही विकल्प Correct letter of the Answer
1. (i)	
1. (ii)	
1. (iii)	
1. (iv)	

1. (i) अन्तराल जिसमें फलन $f(x) = x^3 - 3x^2 - 24x + 5$ वर्धमान है, है

(क) $(-2, \infty)$ (ख) $(-2, 4)$
 (ग) $(-\infty, -2) \cup (4, \infty)$ (घ) $(-\infty, 4)$.

Interval in which function $f(x) = x^3 - 3x^2 - 24x + 5$ is increasing, is

(A) $(-2, \infty)$ (B) $(-2, 4)$
 (C) $(-\infty, -2) \cup (4, \infty)$ (D) $(-\infty, 4)$.

 $\frac{1}{2}$

- (ii) यदि सरल रेखा में गतिमान एक कण की t समय में चली गई दूरी x , समीकरण $x = 2t^2 - 5t + 1$ से दी जाती है, तो कण का 5 सेकण्ड बाद वेग है

(क) 15 (ख) 20
 (ग) 25 (घ) 26.

If distance x travelled by the particle in time t in a straight line is given by the equation $x = 2t^2 - 5t + 1$, then velocity of the particle after 5 seconds is

(A) 15 (B) 20
 (C) 25 (D) 26.

 $\frac{1}{2}$

- (iii) $\int e^{3 \log_e x} dx$ का मान है

(क) $x^4 + c$ (ख) $\frac{x^2}{3} + c$
 (ग) $\frac{3x^2}{2} + c$ (घ) $\frac{1}{4} x^4 + c$.

The value of $\int e^{3 \log_e x} dx$ is

(A) $x^4 + c$ (B) $\frac{x^2}{3} + c$
 (C) $\frac{3x^2}{2} + c$ (D) $\frac{1}{4} x^4 + c$.

 $\frac{1}{2}$

- (iv) $\int \sqrt{(1 + \cos 2x)} dx$ का मान है

(क) $\sqrt{2} \cos x + c$ (ख) $\sqrt{2} \sin x + c$
 (ग) $2 \cos x + c$ (घ) $2 \sin x + c$.

The value of $\int \sqrt{(1 + \cos 2x)} dx$ is

(A) $\sqrt{2} \cos x + c$ (B) $\sqrt{2} \sin x + c$
 (C) $2 \cos x + c$ (D) $2 \sin x + c$.

 $\frac{1}{2}$

2. यदि $f(x) = \begin{cases} \cos x, & x \geq 0 \\ x + k, & x < 0 \end{cases}$,

और $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ का अस्तित्व है, तो k का मान ज्ञात कीजिए ।

If $f(x) = \begin{cases} \cos x, & x \geq 0 \\ x + k, & x < 0 \end{cases}$,

and $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ exists, then find the value of k .

1

3. मान ज्ञात कीजिए : $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{a}{x}\right)^x$.

Evaluate : $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{a}{x}\right)^x$.

1

4. मान ज्ञात कीजिए : $\lim_{x \rightarrow a} \frac{(x+2)^{3/2} - (a+2)^{3/2}}{x-a}$.

Evaluate : $\lim_{x \rightarrow a} \frac{(x+2)^{3/2} - (a+2)^{3/2}}{x-a}$.

1

5. मान ज्ञात कीजिए : $\int \frac{dx}{(e^x - e^{-x})^2}$.

Evaluate : $\int \frac{dx}{(e^x - e^{-x})^2}$.

1

6. मान ज्ञात कीजिए : $\int \sqrt{e^x - 1} dx$.

Evaluate : $\int \sqrt{e^x - 1} dx$.

1

7. परवलय $y^2 = 4x$ तथा इसके नाभिलम्ब द्वारा परिबद्ध क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए ।

Find the area bounded by the parabola $y^2 = 4x$ and its latus rectum.

1

8. निम्न फलन का आरेख खींचिए :

$$f(x) = |x - 2| + |x - 3|, \quad x \in [-4, 4].$$

Draw the graph of the following function :

$$f(x) = |x - 2| + |x - 3|, \quad x \in [-4, 4].$$

2

9. यदि फलन $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 2x - 3}{x + 1} ; & x \neq -1 \\ \lambda & ; x = -1 \end{cases}$

बिन्दु $x = -1$ पर संतत है तो λ का मान ज्ञात कीजिए ।

If the function $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 2x - 3}{x + 1} ; & x \neq -1 \\ \lambda & ; x = -1 \end{cases}$

is continuous at point $x = -1$ then find the value of λ .

2

10. निम्न फलन की बिन्दु $x = 0$ पर अवकलनीयता की जांच कीजिए :

$$f(x) = \begin{cases} x \tan^{-1} \left(\frac{1}{x} \right) ; & x \neq 0 \\ 0 & ; x = 0 \end{cases} .$$

Test the differentiability of the following function at point $x = 0$:

$$f(x) = \begin{cases} x \tan^{-1} \left(\frac{1}{x} \right) ; & x \neq 0 \\ 0 & ; x = 0 \end{cases} .$$

2

11. यदि $\sin y = x \sin (a + y)$, तो सिद्ध कीजिए कि

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\sin^2 (a + y)}{\sin a} .$$

If $\sin y = x \sin (a + y)$, then prove that

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\sin^2 (a + y)}{\sin a} .$$

2

12. यदि $y = \log_e (\sec x \cdot e^{x^2})$ तो $\frac{d^2 y}{dx^2}$ का मान ज्ञात कीजिए ।

If $y = \log_e (\sec x \cdot e^{x^2})$ then find the value of $\frac{d^2 y}{dx^2}$.

2

13. मान ज्ञात कीजिए :

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \left[\tan \frac{\pi}{4n} + \tan \frac{2\pi}{4n} + \dots + 1 \right] .$$

Evaluate :

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \left[\tan \frac{\pi}{4n} + \tan \frac{2\pi}{4n} + \dots + 1 \right] .$$

2

14. अवकल समीकरण $\frac{d^2 y}{dx^2} = \sin^2 x + x e^x$ को हल कीजिए ।

Solve the differential equation

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = \sin^2 x + x e^x . \quad 2$$

15. सिद्ध कीजिए कि सरल रेखा $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$, वक्र $y = b e^{-\frac{x}{a}}$ को उस बिन्दु पर स्पर्श करती है जहाँ वक्र y अक्ष को काटता है ।

Prove that the straight line $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ touches the curve $y = b e^{-\frac{x}{a}}$ at the point where the curve cuts the y -axis. 3

16. फलन $f(x) = e^x \sin x$, $x \in [0, \pi]$ के लिए रोल प्रमेय का सत्यापन कीजिए ।
Verify Rolle's theorem for the function :

$$f(x) = e^x \sin x, \quad x \in [0, \pi]. \quad 3$$

17. फलन $f(x) = \sin x + \cos x$ का अधिकतम मान ज्ञात कीजिए ।
Find the maximum value of the function

$$f(x) = \sin x + \cos x. \quad 3$$

18. मान ज्ञात कीजिए :

$$\int \frac{\log_e x}{(1 + \log_e x)^2} dx.$$

Evaluate :

$$\int \frac{\log_e x}{(1 + \log_e x)^2} dx. \quad 3$$

19. मान ज्ञात कीजिए : $\int \frac{x^2 + 1}{x^4 + 1} dx.$

$$\text{Evaluate : } \int \frac{x^2 + 1}{x^4 + 1} dx. \quad 3$$

20. परवलय $y^2 = 16x$ तथा सरल रेखा $y = x$ द्वारा परिबद्ध क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए ।

Find the area bounded by the parabola $y^2 = 16x$ and the straight line $y = x$. 3

21. मान ज्ञात कीजिए :

$$\int \sqrt{\sec x - 1} \, dx.$$

Evaluate :

$$\int \sqrt{\sec x - 1} \, dx.$$

5

22. मान ज्ञात कीजिए : $\int_0^{\pi} \frac{x}{a^2 \cos^2 x + b^2 \sin^2 x} \, dx.$

Evaluate $\int_0^{\pi} \frac{x}{a^2 \cos^2 x + b^2 \sin^2 x} \, dx.$

5

23. प्रथम सिद्धान्त से $x^2 \cos x$ का x के सापेक्ष अवकल गुणांक ज्ञात कीजिए ।

अथवा

प्रथम सिद्धान्त से xe^x का x के सापेक्ष अवकल गुणांक ज्ञात कीजिए ।

Find the differential coefficient of $x^2 \cos x$ with respect to x from first principle.

OR

Find the differential coefficient of xe^x with respect to x from first principle.

5

24. निम्न अवकल समीकरण को हल कीजिए :

$$(1 + y^2) + (x - e^{\tan^{-1} y}) \frac{dy}{dx} = 0.$$

अथवा

निम्न अवकल समीकरण को हल कीजिए :

$$3x^2 \frac{dy}{dx} = 3xy + y^2.$$

Solve the following differential equation :

$$(1 + y^2) + (x - e^{\tan^{-1} y}) \frac{dy}{dx} = 0.$$

OR

Solve the following differential equation :

$$3x^2 \frac{dy}{dx} = 3xy + y^2.$$

5