

नामांक

Roll No.

| | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|
| | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|

No. of Questions – 30

No. of Printed Pages – 12

SS-15-Mathematics (Supp.)

गणित (MATHEMATICS)

उच्च माध्यमिक पूरक परीक्षा, 2020

समय : 3¼ घण्टे

पूर्णांक : 80

परीक्षार्थियों के लिए सामान्य निर्देश :

GENERAL INSTRUCTIONS TO THE EXAMINEES :

(1) परीक्षार्थी सर्वप्रथम अपने प्रश्न-पत्र पर नामांक अनिवार्यतः लिखें ।

Candidate must write first his/her Roll No. on the question paper compulsorily.

(2) सभी प्रश्न करने अनिवार्य हैं ।

All the questions are compulsory.

(3) प्रत्येक प्रश्न का उत्तर दी गई उत्तर-पुस्तिका में ही लिखें ।

Write the answer to each question in the given answer-book only.

(4) जिन प्रश्नों में आन्तरिक खण्ड हैं, उन सभी के उत्तर एक साथ ही लिखें ।

For questions having more than one part, the answers to those parts are to be written together in continuity.

- (5) प्रश्न-पत्र के हिन्दी व अंग्रेजी रूपांतर में किसी प्रकार की त्रुटि/अंतर/विरोधाभास होने पर हिन्दी भाषा के प्रश्न को ही सही मानें।

If there is any error / difference / contradiction in Hindi & English versions of the question paper, the question of Hindi version should be treated valid.

| (6) | खण्ड | प्रश्न संख्या | अंक प्रत्येक प्रश्न |
|-----|---------|---------------|---------------------|
| | अ | 1 – 10 | 1 |
| | ब | 11 – 15 | 2 |
| | स | 16 – 25 | 3 |
| | द | 26 – 30 | 6 |
| | Section | Q. Nos. | Marks per question |
| | A | 1 – 10 | 1 |
| | B | 11 – 15 | 2 |
| | C | 16 – 25 | 3 |
| | D | 26 – 30 | 6 |

- (7) प्रश्न संख्या 16, 21, 24, 28 और 30 में आन्तरिक विकल्प हैं। इन प्रश्नों में से आपको एक ही विकल्प करना है।

There are internal choices in Q. Nos. 16, 21, 24, 28 and 30. You have to attempt only one of the alternatives in these questions.

- (8) प्रश्न संख्या 25 का लेखाचित्र ग्राफ पेपर पर बनाना है।

Draw the graph of Q. No. 25 on the graph paper.

SECTION – A

1. यदि $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 + 5x + 9$ हो तो $f^{-1}(9)$ का मान ज्ञात कीजिए ।

If $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 + 5x + 9$, then find the value of $f^{-1}(9)$.

2. $\sin^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) + 2 \cos^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)$ का मान ज्ञात कीजिए ।

Find the value of $\sin^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) + 2 \cos^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)$.

3. A ज्ञात कीजिए, यदि $\begin{bmatrix} 4 & 4 \\ 4 & 4 \\ 0 & 6 \end{bmatrix} - A = \begin{bmatrix} 1 & 5 \\ 3 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$.

Find A, if $\begin{bmatrix} 4 & 4 \\ 4 & 4 \\ 0 & 6 \end{bmatrix} - A = \begin{bmatrix} 1 & 5 \\ 3 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$.

4. यदि $A = \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$ तथा $3A - 2B + C = 0$ हो तो आव्यूह C ज्ञात कीजिए ।

If $A = \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$ and $3A - 2B + C = 0$, then find the matrix C.

5. $\int x^2 \cdot e^x dx$ ज्ञात कीजिए ।

Find $\int x^2 \cdot e^x dx$.

6. सदिश $\vec{a} = \hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}$ के अनुदिश एक ऐसा सदिश ज्ञात कीजिए जिसका परिमाण 6 इकाई है ।

Find a vector of magnitude 6 units along the vector $\vec{a} = \hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}$.

7. यदि $\vec{a} = 3\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}$ तथा $\vec{b} = \hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$ हो, तो $\vec{a} \cdot \vec{b}$ का मान ज्ञात कीजिए ।

If $\vec{a} = 3\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}$ and $\vec{b} = \hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$, then find the value of $\vec{a} \cdot \vec{b}$.

8. बिन्दुओं (0, 1, 0) तथा (1, 0, 1) को जोड़ने वाली रेखा की दिक्-कोसाइन ज्ञात कीजिए ।

Find the direction cosines of a line joining the points (0, 1, 0) and (1, 0, 1).

9. निम्न व्यवरोधों के अन्तर्गत सुसंगत क्षेत्र उत्तर पुस्तिका में दर्शाइए ।

$$x + 2y \leq 8; \quad x \geq 0, y \geq 0$$

Show the region of feasible solution under the following constraints in answer book.

$$x + 2y \leq 8; \quad x \geq 0, y \geq 0$$

10. यदि A और B दो स्वतंत्र घटनाएँ हैं तथा $P(A) = .4$ और $P(B) = .5$ तब $P(A \cup B)$ का मान ज्ञात कीजिए ।

If A and B are two independent events with $P(A) = .4$ and $P(B) = .5$, then find the value of $P(A \cup B)$.

SECTION - B

11. यदि $f : \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}^+$ तथा $g : \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}^+$ निम्न प्रकार परिभाषित हों :

$$f(x) = x^3, g(x) = \sqrt[3]{x} \text{ तो } g \circ f \text{ तथा } f \circ g \text{ ज्ञात कीजिए।}$$

If $f : \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}^+$ and $g : \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}^+$, are defined as below :

$$f(x) = x^3, g(x) = \sqrt[3]{x}, \text{ then find the } f \circ g \text{ and } g \circ f.$$

12. यदि $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$ तथा $B = \begin{bmatrix} 1 & -3 \\ 9 & 1 \end{bmatrix}$ हो, तो $3A^2 - 4B$ ज्ञात कीजिए।

If $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$ and $B = \begin{bmatrix} 1 & -3 \\ 9 & 1 \end{bmatrix}$, then find the value of $3A^2 - 4B$.

13. फलन $f(x) = \begin{cases} 0, & x > 0 \\ 2, & x < 0 \\ 1, & x = 0 \end{cases}$ की बिन्दु $x = 0$ पर सान्त्वत्य की जाँच कीजिए।

Examine the continuity of function $f(x) = \begin{cases} 0, & x > 0 \\ 2, & x < 0 \\ 1, & x = 0 \end{cases}$ at the point $x = 0$.

14. $\int \frac{1}{\sqrt{1+x} + \sqrt{x}} dx$ ज्ञात कीजिए।

Find $\int \frac{1}{\sqrt{1+x} + \sqrt{x}} dx$.

15. λ के किस मान के लिए सदिश $2\hat{i} - 3\hat{j} + \lambda\hat{k}$ और $-\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$ परस्पर लम्बवत् हैं ?

For what value of λ are the vectors $2\hat{i} - 3\hat{j} + \lambda\hat{k}$ and $-\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$ mutually perpendicular ?

SECTION – C

16. यदि $4 \sin^{-1} x + \cos^{-1} x = \pi$, तो x का मान ज्ञात कीजिए ।

अथवा

$\sin^{-1} \left(\frac{4}{5} \right) + 2 \tan^{-1} \left(\frac{1}{3} \right)$ का मान ज्ञात कीजिए ।

If $4 \sin^{-1} x + \cos^{-1} x = \pi$, then find the value of x .

OR

Find the value of $\sin^{-1} \left(\frac{4}{5} \right) + 2 \tan^{-1} \left(\frac{1}{3} \right)$.

17. सिद्ध कीजिए कि, $\begin{vmatrix} 1 & x & x^2 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & b & b^2 \end{vmatrix} = (x - a)(x - b)(b - a)$.

Prove that, $\begin{vmatrix} 1 & x & x^2 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & b & b^2 \end{vmatrix} = (x - a)(x - b)(b - a)$.

18. यदि बिन्दु $(3, -2)$, $(5, x)$ तथा $(8, 8)$ संरेख हैं, तो x का मान सारणिक का प्रयोग कर ज्ञात कीजिए ।

If points $(3, -2)$, $(5, x)$ and $(8, 8)$ are collinear, then find the value of x using determinant.

19. वह अन्तराल ज्ञात कीजिए जिसमें फलन $f(x) = \sin x - \cos x$ निरन्तर वर्धमान हो ।

Find that interval in which function $f(x) = \sin x - \cos x$ is increasing.

20. सिद्ध कीजिए कि फलन $x^3 - 6x^2 + 11x - 6$ का मान $x = 2 - \frac{1}{\sqrt{3}}$ पर उच्चिष्ठ है ।

Prove that the value of the function $x^3 - 6x^2 + 11x - 6$ is maximum at $x = 2 - \frac{1}{\sqrt{3}}$.

21. $\int \frac{1}{\sqrt{x^2 - 3x + 2}} \cdot dx$ ज्ञात कीजिए ।

अथवा

$\int \frac{1}{x^2 + 6x + 8} \cdot dx$ ज्ञात कीजिए ।

Find $\int \frac{1}{\sqrt{x^2 - 3x + 2}} \cdot dx$

OR

Find $\int \frac{1}{x^2 + 6x + 8} \cdot dx$

22. परबलय $y = x^2$ तथा रेखा $y = x$ से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए ।

Find the area bounded by parabola $y = x^2$ and line $y = x$.

23. वृत्त $x^2 + y^2 = 1$ तथा वक्र $y = |x|$ से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए ।

Find the area bounded by circle $x^2 + y^2 = 1$ and curve $y = |x|$.

24. यदि $\vec{a} = \hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$ तथा $\vec{b} = 2\hat{i} - 2\hat{j} + 2\hat{k}$ हो, तो \vec{a} एवं \vec{b} दोनों के लम्बवत् इकाई सदिश \hat{n} ज्ञात कीजिए ।

अथवा

\vec{a} , \vec{b} , \vec{c} क्रमशः 2, 3, 4 परिमाण के सदिश हैं । यदि प्रत्येक सदिश अन्य दो सदिशों के योग पर लम्ब हो, तो सदिश $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$ का परिमाण ज्ञात कीजिए ।

If $\vec{a} = \hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$ and $\vec{b} = 2\hat{i} - 2\hat{j} + 2\hat{k}$, then find the unit vector \hat{n} perpendicular to vectors \vec{a} and \vec{b} .

OR

\vec{a} , \vec{b} , \vec{c} are the vectors of magnitude 2, 3, 4 respectively. If every vector is perpendicular on the sum of the other two vectors, then find the magnitude of vector $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$.

25. निम्न रैखिक प्रोग्रामन समस्या को आलेखीय विधि से हल कीजिए तथा निम्नतम व अधिकतम मान ज्ञात कीजिए :

$$\text{जहाँ } z = 3x + 9y$$

$$\text{व्यवरोध } x + 3y \leq 60$$

$$x + y \geq 10$$

$$x \geq 0, y \geq 0$$

Solve the following linear programming problem graphically and find the minimum and maximum values of

$$z = 3x + 9y$$

Subject to the constraints $x + 3y \leq 60$

$$x + y \geq 10$$

$$x \geq 0, y \geq 0$$

खण्ड – द

SECTION – D

26. $y = \sqrt{\frac{(x-2)(x-3)}{(x-4)(x-5)(x-6)}}$ का x के सापेक्ष अवकलन ज्ञात कीजिए ।

Differentiate $y = \sqrt{\frac{(x-2)(x-3)}{(x-4)(x-5)(x-6)}}$ with respect to x .

27. सिद्ध कीजिए कि $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{1 + \sqrt{\cot x}} \cdot dx = \frac{\pi}{4}$

Prove that $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{1 + \sqrt{\cot x}} \cdot dx = \frac{\pi}{4}$

28. अवकलन समीकरण $3x^2dy - (3xy + y^2) dx = 0$ का हल ज्ञात कीजिए ।

अथवा

अवकलन समीकरण $\frac{dy}{dx} = \frac{e^y - x}{x^2}$ का हल ज्ञात कीजिए ।

Solve the differential equation $3x^2dy - (3xy + y^2) dx = 0$.

OR

Find the solution of differential equation;

$$\frac{dy}{dx} = \frac{e^y - x}{x^2}$$

29. दिखाइए कि रेखाएँ

$$\frac{x-1}{3} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-1}{5} \text{ और } \frac{x-2}{4} = \frac{y-1}{3} = \frac{z+1}{-2}$$

परस्पर प्रतिच्छेद नहीं करती हैं ।

Show that the lines,

$$\frac{x-1}{3} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-1}{5} \text{ and } \frac{x-2}{4} = \frac{y-1}{3} = \frac{z+1}{-2}$$

do not intersect each other.

30. दो पासों को एक साथ उछाला गया है। यदि X अंक पाँच प्राप्त करने की संख्याओं को व्यक्त करता हो तो X का प्रसरण ज्ञात कीजिए।

अथवा

प्रथम छः धनपूर्णांकों में से दो संख्याएँ यादृच्छया (बिना प्रतिस्थापन) चुनी जाती हैं। माना X दोनों संख्याओं में से बड़ी संख्या को व्यक्त करता है। तब X का प्रसरण ज्ञात कीजिए।

Two dice are thrown simultaneously. If X denotes the number of fives, find the variance of X .

OR

Two numbers are selected at random (without replacement) from the first six positive integers. Let X denote the larger of the two numbers obtained. Find the variance of X .

DO NOT WRITE ANYTHING HERE