

नामांक				Roll No.		

No. of Questions — 30

**SS—15—MATHEMATICS (Supp.)**

No. of Printed Pages — 11

**उच्च माध्यमिक पूरक परीक्षा, 2013**  
**SENIOR SECONDARY SUPPLEMENTARY EXAMINATION, 2013**  
**गणित**  
**MATHEMATICS**

समय :  $3 \frac{1}{4}$  घण्टे

पूर्णांक : 80

**परीक्षार्थियों के लिए सामान्य निर्देश :**

*GENERAL INSTRUCTIONS TO THE EXAMINEES :*

1. परीक्षार्थी सर्वप्रथम अपने प्रश्न पत्र पर नामांक अनिवार्यतः लिखें।

Candidate must write first his / her Roll No. on the question paper compulsorily.

2. **सभी** प्रश्न करने अनिवार्य हैं।

All the questions are compulsory.

3. प्रत्येक प्रश्न का उत्तर दी गई उत्तर पुस्तिका में ही लिखें।

Write the answer to each question in the given answer-book only.

4. जिन प्रश्नों में आन्तरिक खण्ड हैं, उन सभी के उत्तर एक साथ ही लिखें।

For questions having more than one part, the answers to those parts are to be written together in continuity.

5. प्रश्न पत्र के हिन्दी व अंग्रेजी रूपान्तर में किसी प्रकार की त्रुटि / अन्तर / विरोधाभास होने पर हिन्दी भाषा के प्रश्न को ही सही मानें।

If there is any error / difference / contradiction in Hindi & English versions of the question paper, the question of Hindi version should be treated valid.

6. खण्ड	प्रश्न संख्या	अंक प्रत्येक प्रश्न
अ	1 – 10	1
ब	11 – 25	3
स	26 – 30	5

Section	Question Nos.	Marks per question
A	1 – 10	1
B	11 – 25	3
C	26 – 30	5

7. प्रश्न संख्या 11, 14, , 21, 23, 26 और 29 में आन्तरिक विकल्प हैं। इन प्रश्नों में से आपको एक ही विकल्प करना है।

There are internal choices in Q. Nos. 11, 14, , 21, 23, 26 and 29. You have to attempt only one of the alternatives in these questions.

### खण्ड – अ

#### SECTION – A

1.  $\sin^{-1} \frac{\sqrt{3}}{2} + \sec^{-1}(-2)$  का मान लिखिए।

Evaluate  $\sin^{-1} \frac{\sqrt{3}}{2} + \sec^{-1}(-2)$ .

2. यदि  $\begin{vmatrix} 5 & 3 \\ 4 & 6 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} x & 7 \\ -1 & x \end{vmatrix}$  हो, तो  $x$  का मान ज्ञात कीजिए।

If  $\begin{vmatrix} 5 & 3 \\ 4 & 6 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} x & 7 \\ -1 & x \end{vmatrix}$ , then find the value of  $x$ .

3. सारणिक  $\begin{vmatrix} a & p & l \\ b & q & m \\ c & r & n \end{vmatrix}$  के अवयव  $b$  का सहखण्ड ज्ञात कीजिए।

Find the cofactor of the element  $b$  to the determinant  $\begin{vmatrix} a & p & l \\ b & q & m \\ c & r & n \end{vmatrix}$ .

4.  $\int \left( \sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} \right) dx$  ज्ञात कीजिए।

Evaluate  $\int \left( \sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} \right) dx$ .

5. दो बिन्दुओं  $P(2, 3, 4)$  और  $Q(4, 1, -2)$  को मिलाने वाले सदिश का मध्य बिन्दु के स्थिति सदिश ज्ञात कीजिए।

Find the position vector of the mid-point of the vector joining the points  $P(2, 3, 4)$  and  $Q(4, 1, -2)$ .

6. यदि सदिश  $\overrightarrow{OA} = \hat{i} - 2\hat{j} + 3\hat{k}$  तथा सदिश  $\overrightarrow{OB} = 2\hat{i} + 3\hat{j} - 4\hat{k}$  हों, तो सदिश  $\overrightarrow{AB}$  ज्ञात कीजिए।

If the vector  $\overrightarrow{OA} = \hat{i} - 2\hat{j} + 3\hat{k}$  and vector  $\overrightarrow{OB} = 2\hat{i} + 3\hat{j} - 4\hat{k}$ , then find the vector  $\overrightarrow{AB}$ .

7. बिन्दुओं  $A(3, 5, -4)$  तथा  $B(-1, 1, 3)$  को मिलाने वाली रेखा की दिक्कोज्याएँ ज्ञात कीजिए।

Find the direction cosines of the line joining the points  $A(3, 5, -4)$  and  $B(-1, 1, 3)$ .

8.  $x$ -अक्ष के समान्तर तथा मूल बिन्दु से जाने वाली रेखा का समीकरण ज्ञात कीजिए।

Find the equation of a line parallel to  $x$ -axis and passing through the origin.

9. निम्न व्यवरोधों का सुसंगत क्षेत्र दर्शाइए :

$$2x + 3y \leq 6, \quad x \geq 0, \quad y \geq 0.$$

Show the feasible region under the following constraints :

$$2x + 3y \leq 6, \quad x \geq 0, \quad y \geq 0.$$

10. यदि  $P(B) = \frac{7}{10}$  और  $P(A \cap B) = \frac{4}{10}$  हो, तो  $P\left(\frac{A}{B}\right)$  ज्ञात कीजिए।

If  $P(B) = \frac{7}{10}$  and  $P(A \cap B) = \frac{4}{10}$ , then find  $P\left(\frac{A}{B}\right)$ .

### खण्ड - ब

### SECTION - B

11. सिद्ध कीजिए कि  $R$  में  $R = \{(a, b) : a \leq b\}$  द्वारा परिभाषित सम्बन्ध  $R$  स्वतुल्य तथा संक्रामक है किन्तु सममित नहीं है।

### अथवा

तीन फलन  $f : N \rightarrow N$ ,  $g : N \rightarrow N$  तथा  $h : N \rightarrow R$  पर विचार कीजिए जहाँ  $f(x) = 2x$ ,  $g(y) = 3y + 4$  तथा  $h(z) = \sin z \quad \forall x, y$  तथा  $z \in N$  सिद्ध कीजिए कि  $h \circ (g \circ f) = (h \circ g) \circ f$ .

Show that the relation  $R$  in  $R$  defined as  $R = \{(a, b) : a \leq b\}$  is reflexive and transitive but not symmetric.

OR

Consider three functions  $f : N \rightarrow N$ ,  $g : N \rightarrow N$  and  $h : N \rightarrow R$  defined as  $f(x) = 2x$ ,  $g(y) = 3y + 4$  and  $h(z) = \sin z$ ,  $\forall x, y$  and  $z$  in  $N$ . Show that  $h \circ (g \circ f) = (h \circ g) \circ f$ .

12. सिद्ध कीजिए कि  $\cos^{-1} \frac{12}{13} + \sin^{-1} \frac{3}{5} = \sin^{-1} \frac{56}{65}$ .

Show that  $\cos^{-1} \frac{12}{13} + \sin^{-1} \frac{3}{5} = \sin^{-1} \frac{56}{65}$ .

13. सारणिक  $\begin{vmatrix} 1 & x & y \\ 1 & x+y & y \\ 1 & x & x+y \end{vmatrix}$  का मान ज्ञात कीजिए।

Find the value of the determinant  $\begin{vmatrix} 1 & x & y \\ 1 & x+y & y \\ 1 & x & x+y \end{vmatrix}$ .

14. सिद्ध कीजिए कि

$$f(x) = \begin{cases} x & \text{यदि } x \leq 1 \\ 5 & \text{यदि } x > 1 \end{cases} \quad \text{द्वारा परिभाषित}$$

फलन  $f$ ,  $x = 0$  तथा  $x = 2$  पर संतत है परन्तु  $x = 1$  पर संतत नहीं है।

अथवा

यदि  $y = 3 \cos(\log x) + 4 \sin(\log x)$  है, तो दर्शाइए कि  $x^2 y_2 + x y_1 + y = 0$ .

Show that the function  $f$  defined by

$$f(x) = \begin{cases} x & \text{when } x \leq 1 \\ 5 & \text{when } x > 1 \end{cases}$$

is continuous at  $x = 0$  and  $x = 2$  but not continuous at  $x = 1$ .

OR

If  $y = 3 \cos(\log x) + 4 \sin(\log x)$ , then show that  $x^2 y_2 + x y_1 + y = 0$ .

15. वक्र  $y = x^3 + 2x + 6$  के उन अभिलम्बों के समीकरण ज्ञात कीजिए जो रेखा  $x + 14y + 4 = 0$  के समान्तर हैं।

Find the equation of the normals to the curve  $y = x^3 + 2x + 6$  which are parallel to the line  $x + 14y + 4 = 0$ .

16.  $f(3.02)$  का सन्निकट मान ज्ञात कीजिए जहाँ  $f(x) = 3x^2 + 5x + 3$  है।

Find the approximate value of  $f(3.02)$ , where  $f(x) = 3x^2 + 5x + 3$ .

17.  $\int \frac{\sin 2x \cos 2x}{\sqrt{9 - \cos^4(2x)}} dx$  ज्ञात कीजिए।

Evaluate  $\int \frac{\sin 2x \cos 2x}{\sqrt{9 - \cos^4(2x)}} dx$ .

18. निश्चित समाकलन  $\int_0^{\pi} \frac{x \tan x}{\sec x + \tan x} dx$  का मान ज्ञात कीजिए।

Evaluate the definite integral  $\int_0^{\pi} \frac{x \tan x}{\sec x + \tan x} dx$ .

19.  $y$ -अक्ष,  $y = \cos x$  एवं  $y = \sin x$  से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए, जबकि  $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ .

Find the area bounded by the  $y$ -axis,  $y = \cos x$  and  $y = \sin x$  when  $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ .

20. समाकलन का उपयोग करते हुए एक ऐसे त्रिकोणीय क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिसकी भुजाओं के समीकरण  $y = 2x + 1$ ,  $y = 3x + 1$  एवं  $x = 4$  हैं।

Using integration find the area of the triangular region whose sides are of equations  $y = 2x + 1$ ,  $y = 3x + 1$  and  $x = 4$ .

21. बिन्दु  $(-2, 3)$  से गुजरने वाले वक्र का समीकरण ज्ञात कीजिए जिसके किसी बिन्दु  $(x, y)$  पर स्पर्श रेखा की प्रवणता  $\frac{2x}{y^2}$  है।

अथवा

अवकल समीकरण  $e^x \tan y dx + (1 - e^x) \sec^2 y dy = 0$  का व्यापक हल ज्ञात कीजिए।

Find the equation of the curve passing through the point  $(-2, 3)$  and slope of the tangent to the curve at any point  $(x, y)$  is  $\frac{2x}{y^2}$ .

OR

Find the general solution of the differential equation  $e^x \tan y dx + (1 - e^x) \sec^2 y dy = 0$ .

22. अवकल समीकरण

$$x \frac{dy}{dx} + 2y = x^2 \quad (x \neq 0) \text{ का व्यापक हल ज्ञात कीजिए।}$$

Find the general solution of the differential equation

$$x \frac{dy}{dx} + 2y = x^2 \quad (x \neq 0).$$

23. निम्नलिखित अवरोधों के अन्तर्गत  $Z = 3x + 2y$  का न्यूनतमीकरण कीजिए :

$$x + y \leq 8$$

$$3x + 5y \leq 15$$

$$x \geq 0, y \geq 0$$

**अथवा**

एक कम्पनी प्लाईवुड के दो प्रकार के अनूठे स्मृति चिह्न का निर्माण करती है। A प्रकार के प्रति स्मृति चिह्न के निर्माण में 5 मिनट काटने और 10 मिनट जोड़ने में लगते हैं। B प्रकार के प्रति स्मृति चिह्न के लिए 8 मिनट काटने और 8 मिनट जोड़ने में लगते हैं। दिया गया है कि काटने के लिए कुल समय 3 घण्टे 20 मिनट तथा जोड़ने के लिए 4 घण्टे उपलब्ध हैं। प्रत्येक A प्रकार के स्मृति चिह्न पर 5 रु० और प्रत्येक B प्रकार के स्मृति चिह्न पर 6 रु० का लाभ होता है। कम्पनी के अधिकतम लाभ के लिए रैखिक प्रोग्रामन समस्या का निरूपण कीजिए।



Minimize  $Z = 3x + 2y$

subject to the constraints

$$x + y \leq 8$$

$$3x + 5y \leq 15$$

$$x \geq 0, y \geq 0$$

OR

A company manufactures two types of novelty souvenirs made of plywood. Souvenirs of type A requires 5 minutes each for cutting and 10 minutes each for assembling. Souvenirs of type B requires 8 minutes each for cutting and 8 minutes each for assembling. There are 3 hours 20 minutes available for cutting and 4 hours for assembling. The profit is Rs. 5 each for type A and Rs. 6 each for type B. Formulate the linear programming problem to maximize the profit of the company.

24. 52 ताश के पत्तों की एक भलीभाँति फेंटी गई गड्डी में से 5 पत्ते उत्तरोत्तर प्रतिस्थापना सहित निकाले जाते हैं। इसकी क्या प्रायिकता है कि

- i) सभी 5 पत्ते हुकुम के हों ?
- ii) केवल 3 पत्ते हुकुम के हों ?
- iii) एक भी पत्ता हुकुम का नहीं हो ?

Five cards are drawn successively with replacement from a well-shuffled deck of 52 cards. What is the probability that

- i) all the five cards are spades ?
- ii) only 3 cards are spades ?
- iii) none is spade ?

25. एक अनभिन्नत पासे को फेंकने पर प्राप्त संख्याओं का प्रसरण ज्ञात कीजिए।

Find the variance of the numbers obtained on a throw of an unbiased die.

## खण्ड - स

## SECTION - C

26. यदि  $A = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix}$  हो तो सिद्ध कीजिए कि  $A^n = \begin{bmatrix} \cos n\theta & \sin n\theta \\ -\sin n\theta & \cos n\theta \end{bmatrix}$ ,  
 $n \in N$ .

अथवा

प्रारम्भिक संक्रियाओं के प्रयोग द्वारा आव्यूह  $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & -2 \\ -3 & 0 & -5 \\ 2 & 5 & 0 \end{bmatrix}$  का व्युत्क्रम आव्यूह

$A^{-1}$  ज्ञात कीजिए।

If  $A = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix}$ , then prove that  $A^n = \begin{bmatrix} \cos n\theta & \sin n\theta \\ -\sin n\theta & \cos n\theta \end{bmatrix}$ ,  $n \in N$ .

OR

By using elementary operations, find inverse  $A^{-1}$  of the matrix

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & -2 \\ -3 & 0 & -5 \\ 2 & 5 & 0 \end{bmatrix}.$$

27. यदि  $y = Ae^{mx} + Be^{nx}$  है तो दर्शाइए कि  $\frac{d^2y}{dx^2} - (m+n)\frac{dy}{dx} + mny = 0$ .

If  $y = Ae^{mx} + Be^{nx}$ , show that  $\frac{d^2y}{dx^2} - (m+n)\frac{dy}{dx} + mny = 0$ .

28.  $\int_0^{\pi} \frac{x \sin x}{1 + \cos^2 x} dx$  का मान ज्ञात कीजिए।

Evaluate  $\int_0^{\pi} \frac{x \sin x}{1 + \cos^2 x} dx$ .

29. एक समान्तर चतुर्भुज की संलग्न भुजाएँ  $2\hat{i}-4\hat{j}+5\hat{k}$  और  $\hat{i}-2\hat{j}-3\hat{k}$  हैं। इसके विकर्ण के समान्तर एक मात्रक सदिश ज्ञात कीजिए। इसका क्षेत्रफल भी ज्ञात कीजिए।

अथवा

मान लीजिए सदिश  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  क्रमशः  $a_1\hat{i}+a_2\hat{j}+a_3\hat{k}$ ,  $b_1\hat{i}+b_2\hat{j}+b_3\hat{k}$ ,  $c_1\hat{i}+c_2\hat{j}+c_3\hat{k}$  के रूप में दिये हुए हैं तब दर्शाइए कि  $\vec{a} \times (\vec{b} + \vec{c}) = \vec{a} \times \vec{b} + \vec{a} \times \vec{c}$ .

The adjacent sides of a parallelogram are  $2\hat{i}-4\hat{j}+5\hat{k}$  and  $\hat{i}-2\hat{j}-3\hat{k}$ . Find the unit vector parallel to its diagonal. Also find its area.

OR

Let the vectors  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  be given as  $a_1\hat{i}+a_2\hat{j}+a_3\hat{k}$ ,  $b_1\hat{i}+b_2\hat{j}+b_3\hat{k}$ ,  $c_1\hat{i}+c_2\hat{j}+c_3\hat{k}$ . Then show that  $\vec{a} \times (\vec{b} + \vec{c}) = \vec{a} \times \vec{b} + \vec{a} \times \vec{c}$ .

30. तलों  $x+y+z=1$  और  $2x+3y+4z=5$  के प्रतिच्छेदन रेखा से होकर जाने वाले तथा तल  $x-y+z=0$  पर लम्बवत् तल का समीकरण ज्ञात कीजिए।

Find the equation of the plane through the line of intersection of the planes  $x+y+z=1$  and  $2x+3y+4z=5$  which is perpendicular to the plane  $x-y+z=0$ .