नामांक Roll No.

No. of Questions — 30

No. of Printed Pages — 11

P—09—Mathematics (Supp.)

प्रवेशिका पूरक परीक्षा, 2013

PRAVESHIKA SUPPLEMENTARY EXAMINATION, 2013

गणित

MATHEMATICS

समय : $3\frac{1}{4}$ घण्टे

पूर्णांक : 80

परीक्षार्थियों के लिए सामान्य निर्देश :

GENERAL INSTRUCTIONS TO THE EXAMINEES :

1. परीक्षार्थी सर्वप्रथम अपने प्रश्नपत्र पर नामांक अनिवार्यतः लिखें ।

   Candidate must write first his / her Roll No. on the question paper compulsorily.

2. **सभी** प्रश्न करने अनिवार्य हैं ।

   All the questions are compulsory.

3. प्रत्येक प्रश्न का उत्तर दी गई उत्तर पुस्तिका में ही लिखें ।

   Write the answer to each question in the given answer-book only.

4. जिन प्रश्नों में आन्तरिक खण्ड हैं, उन सभी के उत्तर एक साथ ही लिखें ।

   For questions having more than one part, the answers to those parts are to be written together in continuity.

5. प्रश्न पत्र के हिन्दी व अंग्रेजी रूपांतर में किसी प्रकार की त्रुटि / अंतर / विरोधाभास होने पर हिन्दी भाषा के प्रश्न को ही सही मानें ।

If there is any error / difference / contradiction in Hindi and English versions of the question paper, the question of Hindi version should be treated valid.

6.

खण्ड	**प्रश्न संख्या**	**अंक प्रत्येक प्रश्न**
A	1 – 10	1
B	11 – 15	2
C	16 – 25	3
D	26 – 30	6

Part	**Question Nos.**	**Marks per question**
A	1 – 10	1
B	11 – 15	2
C	16 – 25	3
D	26 – 30	6

7. प्रश्न क्रमांक 28 व 30 में आन्तरिक विकल्प हैं ।

There are internal choices in Question Nos. 28 and 30.

8. अपनी उत्तर पुस्तिका के पृष्ठों के दोनों ओर लिखिए । यदि कोई रफ कार्य करना हो, तो उत्तर-पुस्तिका के अन्तिम पृष्ठों पर करें और इन्हें तिरछी लाइनों से काटकर उन पर 'रफ कार्य' लिख दें ।

Write on both sides of the pages of your answer-book. If any rough work is to be done, do it on last pages of the answer-book and cross with slant lines and write 'Rough Work' on them.

9. प्रश्न क्रमांक 26 का लेखाचित्र ग्राफ पेपर पर बनाइए ।

Draw the graph of Question No. 26 on graph paper.

खंड – A

PART – A

1. परिमेय संख्या $\frac{13}{3125}$ का बिना लम्बी विभाजन प्रक्रिया किए दशमलव प्रसार लिखिए ।

   Write the decimal expansion of the rational number $\frac{13}{3125}$ without actually performing the long division.

2. एक संख्या दूसरी संख्या की तीन गुनी है तथा उनका अन्तर 26 है । समस्या का रैखिक समीकरण युग्म बनाइए ।

   One number is three times the other and the difference between the two numbers is 26. Form the pair of linear equations of the problem.

3. समान्तर श्रेढ़ी : 3, 8, 13, ... , 78 में कितने पद हैं ?

   How many terms are there in the A.P. : 3, 8, 13, ... , 78 ?

4. दो बिन्दुओं (3, 7) और (– 1, 5) के बीच की दूरी ज्ञात कीजिए ।

   Find the distance between the points (3, 7) and (– 1, 5).

5. बिन्दुओं (2, – 2) और (– 6, – 4) को जोड़ने वाले रेखाखण्ड के मध्य बिन्दु के निर्देशांक ज्ञात कीजिए ।

   Find the co-ordinates of the mid-point of the line segment joining the points (2, – 2) and (– 6, – 4).

6. यदि किसी वृत्त के केन्द्र से 13 सेमी दूरी पर स्थित बिन्दु Q से वृत्त पर खींची गयी स्पर्श रेखा PQ की लम्बाई 12 सेमी है, तो वृत्त की त्रिज्या की लम्बाई ज्ञात कीजिए ।

   If from the point Q, 13 cm away from the centre of a circle the length of tangent PQ to the circle is 12 cm, then find the length of radius of the circle.

7. 8 सेमी लम्बे रेखा खण्ड AB को 1 : 3 में विभाजित कीजिए ।

Divide the line segment AB of length 8 cm in the ratio 1 : 3.

8. त्रिज्या 7 सेमी वाले वृत्त का एक चाप केन्द्र पर 60° का कोण अन्तरित करता है । संगत चाप की लम्बाई ज्ञात कीजिए $\left(\pi = \frac{22}{7} \right.$ लीजिए $\left. \right)$

Find the area of a sector of a circle with radius 7 cm if angle of the sector is 60°. $\left(\text{Use } \pi = \frac{22}{7} \right)$

9. दो वृत्तों की त्रिज्याएँ क्रमश: 4 सेमी और 3 सेमी हैं । उस वृत्त की त्रिज्या ज्ञात कीजिए जिसका क्षेत्रफल इन दोनों वृत्तों के क्षेत्रफलों के योग के बराबर है ।

The radii of two circles are 4 cm and 3 cm respectively. Find the radius of the circle having area equal to the sum of the areas of the two circles.

10. एक थैले में कार्ड हैं । कार्डों पर 2, 3, 4, 5, 6, 7 संख्याएँ अंकित हैं । थैले में से एक कार्ड यादृच्छया निकाला गया है । निकाले गये कार्ड पर एक सम संख्या होने की प्रायिकता लिखिए ।

Cards bearing the numbers 2, 3, 4, 5, 6, 7 are kept in a bag. A card is drawn at random from the bag. Write the probability of getting a card with an even number.

खंड – B

PART – B

11. 25 मी लम्बी एक सीढ़ी एक दीवार पर टिकाने पर भूमि से 7 मी ऊँचाई पर स्थित एक खिड़की तक पहुँचती है । दीवार के आधार से सीढ़ी के निचले सिरे की दूरी ज्ञात कीजिए ।

A ladder 25 m long reaches a window 7 m above the ground if it rests on the wall. Find the distance of the foot of the ladder from the base of the wall.

12. यदि एक समकोण त्रिभुज PQR में $QR = 9$ सेमी और $PR - PQ = 1$ हो, तो $\sin R$ का मान ज्ञात कीजिए ।

If in a right angled triangle PQR, $QR = 9$ cm and $PR - PQ = 1$, then find the value of $\sin R$.

13. यदि A, B और C त्रिभुज ABC के अन्तः कोण हों तो दर्शाइए कि
$\cos\left(\frac{B+C}{2}\right) = \sin\left(\frac{A}{2}\right)$.

If A, B and C are the interior angles of a triangle ABC, then show that $\cos\left(\frac{B+C}{2}\right) = \sin\left(\frac{A}{2}\right)$.

14. दर्शाइए कि $\frac{\cos A}{1+\sin A} + \frac{1+\sin A}{\cos A} = 2\sec A$.

Show that $\frac{\cos A}{1+\sin A} + \frac{1+\sin A}{\cos A} = 2\sec A$.

15. दो घनों जिनमें प्रत्येक का आयतन 8 सेमी ^{3} है के संलग्न फलकों को मिलाकर एक ठोस बनाया जाता है । इससे प्राप्त घनाभ का पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए ।

Two cubes each of volume 8 cm^3 are joined end to end to form a solid. Find the surface area of the cuboid so formed.

खंड – C

PART – C

16. अभाज्य गुणन खण्ड विधि द्वारा संख्याओं 36 और 64 का महत्तम समापवर्तक ज्ञात कीजिए । महत्तम समापवर्तक का प्रयोग करते हुए इनका लघुतम समापवर्त्य ज्ञात कीजिए ।

Find the highest common factor of the numbers 36 and 64 by using prime factorisation method. Using highest common factor, find the least common multiple.

17. $P(x) = 3x^3 + x^2 + 2x + 5$ को $g(x) = x^2 + 2x + 1$ से भाग दीजिए । भागफल और शेषफल भी लिखिए ।

Divide $P(x) = 3x^3 + x^2 + 2x + 5$ by $g(x) = x^2 + 2x + 1$. Also find the quotient and remainder.

18. समान्तर श्रेढ़ी : 24, 21, 18, ... के 13 पदों का योगफल ज्ञात कीजिए ।

Find the sum of the 13 terms of A.P. : 24, 21, 18, ...

19. सिद्ध कीजिए $\sqrt{\dfrac{1 + \sin A}{1 - \sin A}} = \sec A + \tan A$.

Prove that $\sqrt{\dfrac{1 + \sin A}{1 - \sin A}} = \sec A + \tan A$.

20. भूमि से 15 मी ऊँचाई पर एक पतंग उड़ रही है । पतंग में लगी डोरी को अस्थायी रूप से भूमि के एक बिन्दु से बाँध दिया गया है । भूमि के साथ डोरी का झुकाव 60° है । यह मान कर कि डोरी में ढील नहीं हैं डोरी की लम्बाई ज्ञात कीजिए ।

A kite is flying at a height of 15 m above the ground. The string attached to the kite is temporarily tied to a point on the ground. The inclination of the string with the ground is 60°. Find the length of the string assuming that there is no slack in the string.

21. दो संकेन्द्रीय वृत्तों की त्रिज्याएँ क्रमशः 25 सेमी व 7 सेमी हैं । बड़े वृत्त की उस जीवा की लम्बाई ज्ञात कीजिए जो छोटे वृत्त को स्पर्श करती है ।

Two concentric circles are of radii 25 cm and 7 cm respectively. Find the length of the chord of the bigger circle which touches the smaller circle.

22. त्रिज्या 3 सेमी का एक वृत्त खींचिए । वृत्त के केन्द्र से 6 सेमी दूरी पर स्थित बिन्दु से वृत्त पर स्पर्श रेखा युग्म की रचना कीजिए और उनकी लम्बाई मापिए ।

Draw a circle of radius 3 cm. From a point 6 cm away from its centre construct a pair of tangents to the circle and measure their lengths.

23. भुजा 28 सेमी वाले एक वर्ग के प्रत्येक कोने से 7 सेमी वाले वृत्त का चतुर्थांश काटा गया है । वर्ग के शेष भाग का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए ।
($\pi = \frac{22}{7}$ लीजिए)

From each corner of a square of side 28 cm a quadrant of a circle of radius 7 cm is cut. Find the area of the remaining portion of the square.
(Use $\pi = \frac{22}{7}$)

24. पानी से भरी हुई एक अर्ध-गोलाकार टंकी को एक पाइप द्वारा $3\frac{4}{7}$ ली प्रति सेकंड की दर से खाली किया जाता है । यदि टंकी का व्यास 3 मी है तो वह कितने समय में पूरी खाली हो जायेगी ?

A hemispherical tank full of water is emptied by a pipe at the rate of $3\frac{4}{7}$ litre per second. How much time will it take to empty the full tank if it is 3 metre in diameter.

25. एक पासे को एक बार फेंका जाता है । प्राप्त करने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए :

i) एक सम संख्या

ii) 3 और 6 के बीच स्थित कोई संख्या ।

A die is thrown once. Find the probability of getting —

i) an even number

ii) a number lying between 3 and 6.

खंड – D

PART – D

26. ग्राफ द्वारा जाँच कीजिए कि समीकरण युग्म $x + 3y - 6 = 0$ और $2x - 3y - 12 = 0$ संगत हैं । यदि ऐसा है, तो इनका हल ज्ञात कीजिए । y-अक्ष और इन रेखाओं से बने त्रिभुजाकार पटल को छायांकित कीजिए ।

Check graphically whether the pair of equations $x + 3y - 6 = 0$ and $2x - 3y - 12 = 0$ is consistent. If so, find the solution. Shade the triangular region formed by these lines and the y-axis.

27. सिद्ध कीजिए कि दो समरूप त्रिभुजों के क्षेत्रफलों का अनुपात इनकी संगत भुजाओं के अनुपात के वर्ग के बराबर होता है ।

Prove that the ratio of the areas of two similar triangles is equal to the square of the ratio of their corresponding sides.

28. यदि $A(-5, 7)$, $B(-4, -5)$, $C(-1, -6)$ और $D(4, 5)$ एक चतुर्भुज $ABCD$ के शीर्ष हैं तो इस चतुर्भुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए ।

अथवा

शीर्षों $(0, -1)$, $(2, 1)$ और $(0, 3)$ वाले त्रिभुज की भुजाओं के मध्य बिन्दुओं से बनने वाले त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए । इस क्षेत्रफल का दिए हुए त्रिभुज के क्षेत्रफल के साथ अनुपात ज्ञात कीजिए ।

If $A(-5, 7)$, $B(-4, -5)$, $C(-1, -6)$ and $D(4, 5)$ are the vertices of a quadrilateral, find the area of the quadrilateral $ABCD$.

OR

Find the area of the triangle formed by joining the mid-points of the sides of the triangle whose vertices are $(0, -1)$, $(2, 1)$ and $(0, 3)$. Find the ratio of this area, to the area of the given triangle.

29. एक मोटर बोट जिसकी स्थिर जल में चाल 9 किमी/घंटा है, 12 किमी धारा के प्रतिकूल जाने में, वही दूरी धारा के अनुकूल जाने की अपेक्षा 1 घंटा अधिक लेती है । धारा की चाल ज्ञात कीजिए ।

A motor boat whose speed is 9 km/h in still water takes 1 hour more to go 12 km upstream than to return downstream to the same distance. Find the speed of the stream.

30. विद्यार्थियों के एक समूह द्वारा एक मोहल्ले के 20 परिवारों पर किये गये सर्वेक्षण के परिणामस्वरूप विभिन्न परिवारों के सदस्यों की संख्या से संबंधित आँकड़े निम्नानुसार प्राप्त हुए । इन आँकड़ों से बहुलक ज्ञात कीजिए ।

परिवार माप	1 – 3	3 – 5	5 – 7	7 – 9	9 – 11
परिवारों की संख्या	7	8	2	2	1

अथवा

निम्नलिखित आँकड़ों की माध्यिका 28·5 है । यदि बारंबारताओं का योग 60 हो, तो x और y के मान ज्ञात कीजिए :

वर्ग अन्तराल	0 – 10	10 – 20	20 – 30	30 – 40	40 – 50	50 – 60
बारंबारता	5	x	20	15	y	5

11 A survey which is conducted on 20 households in a locality by a group of students resulted in the following frequency table for the number of family members in a household. Find the mode of this data :

Family size :	1 – 3	3 – 5	5 – 7	7 – 9	9 – 11
Number of families :	7	8	2	2	1

OR

The median of the following distribution given below is 28·5. If the sum of the frequencies is 60, then find the values of x and y.

Class-interval :	0 – 10	10 – 20	20 – 30	30 – 40	40 – 50	50 – 60
Frequency :	5	x	20	15	y	5