

नामांक

Roll No.

--	--	--	--	--	--	--

No. of Questions — 25

No. of Printed Pages — 7

SS—36—1—Bus. Maths. & Stat. I

उच्च माध्यमिक परीक्षा, 2011

SENIOR SECONDARY EXAMINATION, 2011

वैकल्पिक वर्ग III (OPTIONAL GROUP III — COMMERCE)

व्यावसायिक गणित एवं सांख्यिकी — प्रथम पत्र

(BUSINESS MATHEMATICS AND STATISTICS — First Paper)

समय : $3 \frac{1}{4}$ घण्टे

पूर्णांक : 60

परीक्षार्थियों के लिए सामान्य निर्देश :

GENERAL INSTRUCTIONS TO THE EXAMINEES :

1. परीक्षार्थी सर्वप्रथम अपने प्रश्न पत्र पर नामांक अनिवार्यतः लिखें।
Candidate must write first his / her Roll No. on the question paper compulsorily.
2. प्रश्न पत्र के हिन्दी व अंग्रेजी रूपान्तर में किसी प्रकार की त्रुटि / अन्तर / विरोधाभास होने पर हिन्दी भाषा के प्रश्न को सही मानें।
If there is any error / difference / contradiction in Hindi & English versions of the question paper, the question of Hindi version should be treated valid.
3. **सभी** प्रश्न करने अनिवार्य हैं। प्रश्न क्रमांक **21** में आन्तरिक विकल्प हैं।
All the questions are compulsory. Question Nos. 21 has internal choice.
4. प्रत्येक प्रश्न का उत्तर दी गई उत्तर-पुस्तिका में ही लिखें।
Write the answer to each question in the given answer-book only.
5. जिस प्रश्न के एक से अधिक समान अंक वाले भाग हैं, उन सभी भागों का हल एक साथ सतत् लिखें।
For questions having more than one part carrying similar marks, the answers of those parts are to be written together in continuity.

6. प्रश्न संख्या 2 से 5 तक अति लघूत्तरात्मक हैं।
Question Nos. 2 to 5 are very short answer type.
7. प्रश्न संख्या 16 को ग्राफ पत्र पर ही हल करें।
Question No. 16 is to be attempted on graph paper only.
8. उत्तर-पुस्तिका के पत्रों के दोनों ओर लिखिये। यदि कोई रफ़ कार्य करना हो, तो उत्तर-पुस्तिका के अन्तिम पृष्ठों पर करें और इसे तिरछी लाइनों से काट कर उस पर “रफ़ कार्य” अंकित कर दें।

Write on both sides of the pages of answer-book. If any rough work is to be done, do it on the last pages of the answer-book. Write the word “Rough Work” by crossing it with slant lines.

9. प्रश्न क्रमांक 1 के चार भाग (i, ii, iii तथा iv) हैं। प्रत्येक भाग के उत्तर के चार विकल्प (अ, ब, स एवं द) हैं। सही विकल्प का उत्तराक्षर उत्तर-पुस्तिका में निम्नानुसार तालिका बनाकर लिखें :

There are *four* parts (i, ii, iii and iv) in Question No. 1. Each part has *four* alternatives A, B, C and D. Write the letter of the correct alternative in the answer-book at a place by making a table as mentioned below :

प्रश्न क्रमांक Question No.	सही उत्तर का क्रमाक्षर Correct letter of the Answer
1. (i)	
1. (ii)	
1. (iii)	
1. (iv)	

1. (i) यदि $f(x) = \frac{\cos x}{\frac{\pi}{2} - x}$, $x = \frac{\pi}{2}$ पर संतत है, तो $f\left(\frac{\pi}{2}\right)$ का मान है
- (अ) 0 (ब) $\frac{\pi}{2}$
- (स) 1 (द) - 1.

If $f(x) = \frac{\cos x}{\frac{\pi}{2} - x}$ is continuous at $x = \frac{\pi}{2}$, then the value of

$f\left(\frac{\pi}{2}\right)$ is

- (A) 0 (B) $\frac{\pi}{2}$
 (C) 1 (D) -1. $\frac{1}{2}$

(ii) $e^x \cos x$ का x के सापेक्ष अवकल है

- (अ) $e^x(\cos x - \sin x)$ (ब) $e^x(\cos x + \sin x)$
 (स) $e^x(\sin x - \cos x)$ (द) $-e^x \sin x$.

Differential of $e^x \cos x$ with respect to x is

- (A) $e^x(\cos x - \sin x)$ (B) $e^x(\cos x + \sin x)$
 (C) $e^x(\sin x - \cos x)$ (D) $-e^x \sin x$. $\frac{1}{2}$

(iii) $\int \left(2e^x + \frac{x^4 + 1}{x^2}\right) dx$ का मान है

- (अ) $2e^x + \frac{x^3}{3} - \frac{1}{x} + c$ (ब) $2e^x + \frac{x^3}{3} + \frac{1}{x} + c$
 (स) $2e^x + \frac{x^3}{3} - \frac{1}{3x^3} + c$ (द) $2e^x + \frac{x^3}{3} + \frac{1}{3x^3} + c$.

The value of $\int \left(2e^x + \frac{x^4 + 1}{x^2}\right) dx$ is

- (A) $2e^x + \frac{x^3}{3} - \frac{1}{x} + c$ (B) $2e^x + \frac{x^3}{3} + \frac{1}{x} + c$
 (C) $2e^x + \frac{x^3}{3} - \frac{1}{3x^3} + c$ (D) $2e^x + \frac{x^3}{3} + \frac{1}{3x^3} + c$. $\frac{1}{2}$

(iv) $\int \frac{e^{\tan^{-1} x}}{1 + x^2} dx$ का मान है

- (अ) $e^{(1+x^2)} + c$ (ब) $\frac{e^{\tan^{-1} x}}{1 + x^2} + c$
 (स) $e^{\tan^{-1} x} + c$ (द) $\frac{e^x}{1 + x^2} + c$.

The value of $\int \frac{e^{\tan^{-1}x}}{1+x^2} dx$ is

- (A) $e^{(1+x^2)} + c$ (B) $\frac{e^{\tan^{-1}x}}{1+x^2} + c$
 (C) $e^{\tan^{-1}x} + c$ (D) $\frac{e^x}{1+x^2} + c$. $\frac{1}{2}$

2. $\frac{d}{dx} \left(\frac{e^x + 1}{e^x - 1} \right)$ का मान ज्ञात कीजिए।

Find the value of $\frac{d}{dx} \left(\frac{e^x + 1}{e^x - 1} \right)$. 1

3. **Lim** $\frac{\log_e x}{x-1}$ का मान ज्ञात कीजिए।
 $x \rightarrow 1$

Find the value of **Lim** $\frac{\log_e x}{x-1}$. 1

4. एक कंपनी का लागत फलन $C(x) = 1000 + 3x$ एवं मांग फलन $p(x) = (30 - x)$ है।
 लाभ फलन ज्ञात कीजिए।

The cost function of a company is $C(x) = 1000 + 3x$ and the demand function is $p(x) = (30 - x)$. Find the profit function. 1

5. अवकल समीकरण $y = \frac{dy}{dx} + \frac{c}{\frac{dy}{dx}}$ की घात एवं कोटि लिखिए।

Write down the order and degree of the differential equation
 $y = \frac{dy}{dx} + \frac{c}{\frac{dy}{dx}}$. 1

6. यदि $y = \log_e \left(x + \sqrt{a^2 + x^2} \right) - \log_e a$ है, तो $\frac{dy}{dx}$ ज्ञात कीजिए।

If $y = \log_e \left(x + \sqrt{a^2 + x^2} \right) - \log_e a$, then find $\frac{dy}{dx}$. 2

7. यदि फलन $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin 3x}{x}, & x \neq 0 \\ k, & x = 0 \end{cases}$

$x = 0$ पर संतत है, तो k का मान ज्ञात कीजिए।

If the function $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin 3x}{x}, & x \neq 0 \\ k, & x = 0 \end{cases}$

is continuous at $x = 0$, then find the value of k .

2

8. फलन $f(x) = \begin{cases} 2+x, & x \geq 0 \\ 2-x, & x < 0 \end{cases}$

के लिए $x = 0$ पर अवकलनीयता की जाँच कीजिए।

Examine the differentiability at $x = 0$ for the function

$$f(x) = \begin{cases} 2+x, & x \geq 0 \\ 2-x, & x < 0 \end{cases}$$

2

9. $\frac{d}{dx} \left(\log_e \frac{a+b \sin x}{a-b \sin x} \right)$ का मान ज्ञात कीजिए।

Find the value of $\frac{d}{dx} \left(\log_e \frac{a+b \sin x}{a-b \sin x} \right)$.

2

10. $\int \frac{e^x}{\sqrt{4-e^{2x}}} dx$ का मान ज्ञात कीजिए।

Find the value of $\int \frac{e^x}{\sqrt{4-e^{2x}}} dx$.

2

11. $\sin^{-1} x$ का x के सापेक्ष समाकलन कीजिए।

Integrate $\sin^{-1} x$ with respect to x .

2

12. $\int \frac{dx}{2x^2+x+1}$ का मान ज्ञात कीजिए।

Find the value of $\int \frac{dx}{2x^2+x+1}$.

2

13. एक उत्पादक का मांग फलन $p = \frac{30-x}{2}$ है, जहाँ x इकाइयों की संख्या व p प्रति इकाई मूल्य है। उत्पादन का वह स्तर ज्ञात कीजिए जिसके लिए कुल आय अधिकतम हो। अधिकतम आय भी ज्ञात कीजिए।

The demand function of a producer is $p = \frac{30-x}{2}$, where x is the number of units and p is the price per unit. Find the production level for which revenue is maximum. Also find out maximum revenue. 2

14. एक उत्पादक का सीमान्त लागत फलन $MC = \frac{3}{\sqrt{3x+9}}$ है। यदि स्थिर लागत 16 रु० है,

तो 9 इकाइयों के उत्पादन के लिए औसत लागत ज्ञात कीजिए।

- The marginal cost function of a manufacturer is $MC = \frac{3}{\sqrt{3x+9}}$. If fixed cost is Rs. 16, then find the average cost for producing 9 units. 2
15. एक उत्पादक का सीमान्त लागत फलन $\frac{1000}{\sqrt{2x+25}}$ है। यदि कुल लागत रुपयों में है, तो उत्पादन 100 इकाइयों से 300 इकाइयों बढ़ाने पर लागत मूल्य में कितनी वृद्धि होगी ?
- The marginal cost function of a producer is $\frac{1000}{\sqrt{2x+25}}$. If total cost is in rupees, then what will be the increase in cost if production is increased from 100 units to 300 units. 2
16. फलन $y = 2^x$ का ग्राफ खींचिये, जहाँ $x \in [-3, 3]$ ।
- Draw the graph of the function $y = 2^x$, where $x \in [-3, 3]$. 3
17. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x \, dx}{(1 + \sin x)(2 + \sin x)}$ का मान ज्ञात कीजिए।
- Find the value of $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x \, dx}{(1 + \sin x)(2 + \sin x)}$. 3
18. वक्र $y^2 = ax$, $x^2 + y^2 = 4ax$ तथा x -अक्ष के मध्य क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।
- Find the area between the curve $y^2 = ax$, $x^2 + y^2 = 4ax$ and x -axis. 3
19. एक कंपनी को x इकाइयों उत्पादन करने एवं उन्हें बेचने में लागत एवं आय क्रमशः $C = 100 + 0.015x^2$ तथा $R = 3x$ है। कितनी इकाइयों उत्पादन की जाय कि लाभ अधिकतम हो ? अधिकतम लाभ भी ज्ञात कीजिए।
- A company has cost of production and revenue of sell for x units are $C = 100 + 0.015x^2$ and $R = 3x$ respectively. How many units should be produced for maximum profit ? Also find out maximum profit. 3
20. एक टी० वी० निर्माता ज्ञात करता है कि x इकाइयों के उत्पादन एवं विपणन के लिए उसकी कुल लागत फलन $C(x) = 500x^2 + 4500x + 10000$ द्वारा प्रदर्शित किया जा सकता है। यदि प्रत्येक इकाई बाजार में 9,000 रु० की दर से बेची जा सके, तो लाभ-हानि रहित बिन्दु ज्ञात कीजिए।
- A TV manufacturer knew that his total cost for producing and marketing x units can be represented by the function $C(x) = 500x^2 + 4500x + 10000$. If each unit can be sold at the rate of Rs. 9,000 in market, then find break-even point. 3

21. अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx} = x \log_e x$

अथवा

अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx} = e^{x-y} + x^2 e^{-y}$ को हल कीजिए।

Solve the differential equation $\frac{dy}{dx} = x \log_e x$

OR

Solve the differential equation $\frac{dy}{dx} = e^{x-y} + x^2 e^{-y}$. 3

22. फलन $f(x) = (x-1)(x-2)(x-3) \forall x \in [0, 4]$ के लिए लग्रान्ज मध्य मान प्रमेय का सत्यापन कीजिए।

Verify the Lagrange's mean value theorem for the function $f(x) = (x-1)(x-2)(x-3) \forall x \in [0, 4]$. 4

23. फलन $z = x^3 - 18x^2 + 96x$ के अन्तराल $[1, 9]$ में अधिकतम और न्यूनतम मान ज्ञात कीजिए।

Find the maximum and minimum values of the function $z = x^3 - 18x^2 + 96x$ in the interval $[1, 9]$. 4

24. योग की सीमा के रूप में समाकल की परिभाषा का उपयोग कर $\int_1^2 x^2 dx$ का मान ज्ञात

कीजिए।

Using the definition of the integral as limit of sum, find the value of $\int_1^2 x^2 dx$. 4

25. एक बीमा कम्पनी के विभिन्न वर्षों के लाभ नीचे दिये गये हैं :

वर्ष	1980	1985	1990	1995
लाभ (1,000 रु० में)	36.06	39.12	42.81	47.38

वर्ष 1986 के लिए आनुमानित लाभ ज्ञात कीजिए।

The profits for different years of an insurance company are given below:

Year	1980	1985	1990	1995
Profit (in Rs. 1,000)	36.06	39.12	42.81	47.38

Calculate the expected profit for the year 1986. 4