

नामांक			Roll No.			

No. of Questions — 24

No. of Printed Pages — 7

SS—15-2—Maths. II

उच्च माध्यमिक परीक्षा, 2011

SENIOR SECONDARY EXAMINATION, 2011

वैकल्पिक वर्ग I तथा II — कला व विज्ञान वर्ग

(OPTIONAL GROUPS I & II — HUMANITIES AND SCIENCE)

गणित — द्वितीय पत्र

(MATHEMATICS — Second Paper)

समय : 3 $\frac{1}{4}$ घण्टे

पूर्णांक : 60

परीक्षार्थियों के लिए आवश्यक निर्देश :

GENERAL INSTRUCTIONS FOR EXAMINEES :

1. परीक्षार्थी सर्वप्रथम अपने प्रश्न पत्र पर नामांक अनिवार्यतः लिखें ।

Candidate must write first his / her Roll No. on the question paper compulsorily.

2. प्रश्न पत्र के हिन्दी व अंग्रेजी रूपान्तर में किसी प्रकार की त्रुटि / अन्तर / विरोधाभास होने पर हिन्दी भाषा के प्रश्न को सही मानें ।

If there is any error / difference / contradiction in Hindi and English versions of the question paper, the question of Hindi version should be treated valid.

3. सभी प्रश्न करने अनिवार्य हैं । प्रश्न क्रमांक 23 व 24 में आन्तरिक विकल्प हैं ।

All questions are compulsory. Question Nos. 23 and 24 have internal choice.

4. प्रश्न क्रमांक 2 से 7 तक अति लघूत्तरात्मक प्रश्न हैं ।

Question Nos. 2 to 7 are Very Short Answer type.

5. प्रत्येक प्रश्न का उत्तर दी गई उत्तर-पुस्तिका में ही लिखें ।

Write the answer of each question in answer-book only.

6. जिस प्रश्न के एक से अधिक समान अंक वाले भाग हैं, उन सभी भागों का हल एक साथ सतत् लिखें ।

For questions having more than one part carrying similar marks, the answers of those parts are to be written together in continuity.

7. प्रश्न क्रमांक 8 का लेखाचित्र ग्राफ-पेपर पर बनाइए ।

Graph for Question No. 8 should be drawn on the graph paper.

8. अपनी उत्तर-पुस्तिका के पृष्ठों के दोनों ओर लिखिए । यदि कोई रफ़ कार्य करना हो, तो उत्तर-पुस्तिका के अंतिम पृष्ठों पर करें और इन्हें तिरछी लाइनों से काटकर उन पर 'रफ़ कार्य' लिख दें ।

Write on both sides of the pages of your answer-book. If any rough work is to be done, do it on last pages of the answer-book and cross with slant lines and write 'Rough Work' on them.

9. प्रश्न क्रमांक 1 के चार भाग (i, ii, iii तथा iv) हैं । प्रत्येक भाग के उत्तर के चार विकल्प (क, ख, ग एवं घ) हैं । सही विकल्प का उत्तराक्षर उत्तर-पुस्तिका में निम्नानुसार तालिका बनाकर लिखें :

There are four parts (i, ii, iii and iv) in Question No. 1. Each part has four alternatives A, B, C and D. Write the letter of the correct alternative in the answer-book at a place by making a table as mentioned below :

प्रश्न क्रमांक Question No.	उत्तर का सही विकल्प Correct letter of the Answer
1. (i)	
1. (ii)	
1. (iii)	
1. (iv)	

1. (i) यदि वक्र $ay + x^2 = 7$ और $x^3 = y$ बिन्दु $(1, 1)$ पर लम्बकोणीय रूप से काटते हैं, तो a बराबर है

- (क) 1 (ख) 6
(ग) -6 (घ) 0.

If the curves $ay + x^2 = 7$ and $x^3 = y$ cut orthogonally at the point $(1, 1)$, then a is equal to

- (A) 1 (B) 6
(C) -6 (D) 0.

$\frac{1}{2}$

- (ii) अन्तराल जिसमें फलन $f(x) = x^2 - 2x - 3$ हासमान है, है

- (क) $(1, \infty)$ (ख) $(-\infty, 2)$
(ग) $(-1, 3)$ (घ) $(-\infty, 1)$.

Interval in which function $f(x) = x^2 - 2x - 3$ is decreasing, is

- (A) $(1, \infty)$ (B) $(-\infty, 2)$
(C) $(-1, 3)$ (D) $(-\infty, 1)$.

$\frac{1}{2}$

- (iii) $\int e^{2 \log_e x} (x^4) dx$ का मान है

- (क) $\frac{x^7}{7} + c$ (ख) $\frac{x^6}{6} + c$
(ग) $\frac{x^5}{5} + c$ (घ) $e^{\log_e x^7} + c$.

The value of $\int e^{2 \log_e x} (x^4) dx$ is

- (A) $\frac{x^7}{7} + c$ (B) $\frac{x^6}{6} + c$
(C) $\frac{x^5}{5} + c$ (D) $e^{\log_e x^7} + c$.

- (iv) $\int \sqrt{\left(\frac{1 - \cos 2x}{1 + \cos 2x}\right)} dx$ का मान है

- (क) $\log_e \cos x + c$ (ख) $\sqrt{2} \log_e \cos x + c$
(ग) $\log_e \sec x + c$ (घ) $\log_e \sin x + c$

The value of $\int \sqrt{\left(\frac{1 - \cos 2x}{1 + \cos 2x}\right)} dx$ is

- (A) $\log_e \cos x + c$ (B) $\sqrt{2} \log_e \cos x + c$
(C) $\log_e \sec x + c$ (D) $\log_e \sin x + c$.

$\frac{1}{2}$

फलन $f(x) = \frac{|2x-5|}{2x-5}$ की $x = \frac{5}{2}$ पर बायीं सीमा ज्ञात कीजिए ।

Find the left hand limit of the function $f(x) = \frac{|2x-5|}{2x-5}$ at $x = \frac{5}{2}$.

$$: \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2} .$$

Evaluate : $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2} .$

मान ज्ञात कीजिए : $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\log x}{(x-1)} .$

Evaluate : $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\log x}{(x-1)}$

मान ज्ञात कीजिए : $\int \tan^2 x \, dx.$

Evaluate : $\int \tan^2 x \, dx.$

मान ज्ञात कीजिए : $\int \frac{1}{x - \sqrt{x}} \, dx.$

Evaluate : $\int \frac{1}{x - \sqrt{x}} \, dx.$

परवलय $x^2 = y$ तथा सरल रेखा $x = 2$ से परिबद्ध क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए ।

Find the area of the region bounded by the parabola $x^2 = y$ and the straight line $x = 2$.

निम्न फलन का आरेख (लेखाचित्र) खींचिए :

$$f(x) = \cos \frac{x}{2}, \quad x \in [-\pi, \pi].$$

Draw the graph of the following function :

$$f(x) = \cos \frac{x}{2}, \quad x \in [-\pi, \pi].$$

a तथा b के मान ज्ञात कीजिए , यदि निम्न फलन $x = 1$ पर संतत हो :

$$f(x) = \begin{cases} 2x + a ; & \text{जब } x > 1 \\ b & ; \text{ जब } x = 1 \\ 5x - 2 ; & \text{जब } x < 1 \end{cases}$$

If the function $f(x) = \begin{cases} 2x + a ; & \text{when } x > 1 \\ b & ; \text{when } x = 1 \\ 5x - 2 ; & \text{when } x < 1 \end{cases}$

is continuous at $x = 1$, then find the value of a and b .

10. फलन $f(x) = \begin{cases} x^2 \sin\left(\frac{1}{x}\right) & ; x \neq 0 \\ 0 & ; x = 0 \end{cases}$ की बिन्दु $x = 0$ पर अवकलनीयता का

परीक्षण कीजिए ।

Test the differentiability of the following function at the point $x = 0$:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 \sin\left(\frac{1}{x}\right) & ; x \neq 0 \\ 0 & ; x = 0 \end{cases} \quad 2$$

11. यदि $y = e^x + a^x + x^n + x^x$, तो $\frac{dy}{dx}$ का मान ज्ञात कीजिए ।

If $y = e^x + a^x + x^n + x^x$, then find the value of $\frac{dy}{dx}$. 2

12. यदि $y = \sin(\log_e x)$, तो सिद्ध कीजिए कि

$$x^2 \frac{d^2 y}{dx^2} + x \frac{dy}{dx} + y = 0.$$

If $y = \sin(\log_e x)$, then prove that

$$x^2 \frac{d^2 y}{dx^2} + x \frac{dy}{dx} + y = 0. \quad 2$$

13. मान ज्ञात कीजिए :

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left[\frac{1}{n^2} \sec^2 \frac{1}{n^2} + \frac{2}{n^2} \sec^2 \frac{4}{n^2} + \frac{3}{n^2} \sec^2 \frac{9}{n^2} + \dots + \frac{1}{n} \sec^2 1 \right].$$

Evaluate :

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left[\frac{1}{n^2} \sec^2 \frac{1}{n^2} + \frac{2}{n^2} \sec^2 \frac{4}{n^2} + \frac{3}{n^2} \sec^2 \frac{9}{n^2} + \dots + \frac{1}{n} \sec^2 1 \right]$$

14. अवकल समीकरण $\frac{d^2 y}{dx^2} = \sin^2 x + \cos^2 x$ का व्यापक हल ज्ञात कीजिए ।

Find the general solution of the differential equation

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = \sin^2 x + \cos^2 x. \quad 2$$

15. प्रदर्शित कीजिए कि सरल रेखा $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 2$, वक्र $\left(\frac{x}{a}\right)^3 + \left(\frac{y}{b}\right)^3 = 1$ को बिन्दु (a, b) पर स्पर्श करती है ।

Show that the line $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 2$, touches the curve $\left(\frac{x}{a}\right)^3 + \left(\frac{y}{b}\right)^3 = 1$ at the point (a, b) . 3

16. फलन $f(x) = x - \frac{1}{x}$ के लिए अन्तराल $[1, 3]$ में लाग्रान्ज माध्य मान प्रमेय का सत्यापन कीजिए एवं दिये गये अन्तराल में c का मान ज्ञात कीजिए ।

Verify Lagrange's mean value theorem for the function $f(x) = x - \frac{1}{x}$ in the interval $[1, 3]$ and find the value of c in the given interval.

3

17. सिद्ध कीजिए कि एक दिये गये वृत्त के अन्दर बनने वाला अधिकतम क्षेत्रफल का आयत एक वर्ग होता है ।

Prove that the rectangle which has the maximum area inscribed in a given circle is the square.

3

18. मान ज्ञात कीजिए :

$$\int \frac{e^x (2 + \sin 2x)}{(1 + \cos 2x)} dx.$$

Evaluate :

$$\int \frac{e^x (2 + \sin 2x)}{(1 + \cos 2x)} dx.$$

19. मान ज्ञात कीजिए : $\int \sqrt{(3 + 2x - x^2)} dx.$

Evaluate : $\int \sqrt{(3 + 2x - x^2)} dx.$

20. वृत्त $x^2 + y^2 = 4$, रेखा $x = \sqrt{3}y$ तथा x -अक्ष के मध्य प्रथम पाद में स्थित क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए ।

Find the area bounded by the circle $x^2 + y^2 = 4$, the line $x = \sqrt{3}y$ and x -axis in the first quadrant.

3

21. मान ज्ञात कीजिए :

$$\int \frac{1}{(\sec x + \operatorname{cosec} x)} dx.$$

Evaluate :

$$\int \frac{1}{(\sec x + \operatorname{cosec} x)} dx.$$

22. मान ज्ञात कीजिए : $\int_0^{\pi} \frac{x \sin x}{1 + \sin x} dx.$

Evaluate : $\int_0^{\pi} \frac{x \sin x}{1 + \sin x} dx.$

23. प्रथम सिद्धान्त से $\frac{2x+3}{3x-2}$ का x के सापेक्ष अवकल गुणांक ज्ञात कीजिए ।

अथवा

प्रथम सिद्धान्त से $\sin^{-1}(ax+b)$ का x के सापेक्ष अवकल गुणांक ज्ञात कीजिए ।

Find the differential coefficient of $\frac{2x+3}{3x-2}$ with respect to x by first principle.

OR

Find the differential coefficient of $\sin^{-1}(ax+b)$ with respect to x by first principle. 5

24. निम्न अवकल समीकरण को हल कीजिए :

$$x^2 \frac{dy}{dx} = x^2 + xy + y^2.$$

अथवा

निम्न अवकल समीकरण को हल कीजिए :

$$(x^2 - 1) \frac{dy}{dx} + 2xy = \frac{1}{(x^2 - 1)}.$$

Solve the following differential equation :

$$x^2 \frac{dy}{dx} = x^2 + xy + y^2.$$

OR

Solve the following differential equation :

$$(x^2 - 1) \frac{dy}{dx} + 2xy = \frac{1}{(x^2 - 1)}.$$