

| नामांक | | | | Roll No. | | |
|--------|--|--|--|----------|--|--|
| | | | | | | |

No. of Questions — 25

No. of Printed Pages — 7

SS—36—1—Bus. Maths. & Stat. I

उच्च माध्यमिक परीक्षा, 2010

SENIOR SECONDARY EXAMINATION, 2010

वैकल्पिक वर्ग III (OPTIONAL GROUP III — COMMERCE)

व्यावसायिक गणित एवं सांख्यिकी — प्रथम पत्र

(BUSINESS MATHEMATICS AND STATISTICS — First Paper)

समय : 3 $\frac{1}{4}$ घण्टे

पूर्णांक : 60

परीक्षार्थियों के लिए सामान्य निर्देश :

GENERAL INSTRUCTIONS TO THE EXAMINEES :

1. परीक्षार्थी सर्वप्रथम अपने प्रश्न पत्र पर नामांक अनिवार्यतः लिखें ।
Candidate must write first his / her Roll No. on the question paper compulsorily.
2. प्रश्न पत्र के हिन्दी व अंग्रेजी रूपान्तर में किसी प्रकार की त्रुटि / अन्तर / विरोधाभास होने पर हिन्दी भाषा के प्रश्न को सही मानें ।
If there is any error / difference / contradiction in Hindi & English versions of the question paper, the question of Hindi version should be treated valid.
3. **सभी** प्रश्न करने अनिवार्य हैं । प्रश्न क्रमांक **21** में आन्तरिक विकल्प है ।
All questions are compulsory. Question No. **21** has internal choice.
4. प्रत्येक प्रश्न का उत्तर दी गई उत्तर-पुस्तिका में ही लिखें ।
Write the answer to each question in the given answer-book only.
5. जिस प्रश्न के एक से अधिक समान अंक वाले भाग हैं, उन सभी भागों का हल एक साथ सतत् लिखें ।
For questions having more than one part carrying similar marks, the answers of those parts are to be written together in continuity.
6. प्रश्न संख्या **2** से **5** तक अति लघूत्तरात्मक हैं ।
Question Nos. **2** to **5** are very short answer type questions.

7. प्रश्न संख्या **16** को ग्राफ पत्र पर ही हल करें ।

Question No. **16** is to be attempted on graph paper only.

8. उत्तर-पुस्तिका के पन्नों के दोनों ओर लिखिए । यदि कोई रफ़ कार्य करना हो, तो उत्तर-पुस्तिका के अन्तिम पृष्ठों पर करें और इसे तिरछी लाइनों से काट कर उस पर "रफ़ कार्य" अंकित कर दें ।

Write on both sides of the pages of answer-book. If any rough work is to be done, do it on the last pages of the answer-book.

Write the word "Rough Work" by crossing it with slant lines.

9. प्रश्न क्रमांक **1** के चार भाग (i, ii, iii तथा iv) हैं । प्रत्येक भाग के उत्तर के चार विकल्प (A, B, C एवं D) हैं । सही विकल्प का उत्तराक्षर उत्तर-पुस्तिका में निम्नानुसार तालिका बनाकर लिखें :

There are *four* parts (i, ii, iii and iv) in Question No. **1**. Each part has *four* alternatives A, B, C and D. Write the letter of the correct alternative in the answer-book at a place by making a table as mentioned below :

| प्रश्न क्रमांक Question No. | सही उत्तर का क्रमाक्षर Correct letter of the Answer |
|--------------------------------|---|
| 1. (i) | |
| 1. (ii) | |
| 1. (iii) | |
| 1. (iv) | |

1. (i) यदि $f(x) = \frac{2x + \tan x}{x}$, $x = 0$ पर संतत है, तो $f(0)$ का मान है

(A) 0 (B) 1

(C) 2 (D) 3.

If $f(x) = \frac{2x + \tan x}{x}$ is continuous at $x = 0$, the value of $f(0)$ is

(A) 0 (B) 1

(C) 2 (D) 3.

$\frac{1}{2}$

(ii) $\frac{d(x^x)}{dx}$ का मान है

(A) x^{x-1}

(B) $x^x \log_e x$

(C) $x^x \log_e (ex)$

(D) $x^x \log_e \left(\frac{x}{e}\right)$.

The value of $\frac{d(x^x)}{dx}$ is

(A) x^{x-1}

(B) $x^x \log_e x$

(C) $x^x \log_e (ex)$

(D) $x^x \log_e \left(\frac{x}{e}\right)$. $\frac{1}{2}$

(iii) $\int \frac{\cos \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx$ का मान है

(A) $2 \sin \sqrt{x} + c$

(B) $-2 \sin \sqrt{x} + c$

(C) $\sin \sqrt{x} + c$

(D) $-\sin \sqrt{x} + c$.

The value of $\int \frac{\cos \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx$ is

(A) $2 \sin \sqrt{x} + c$

(B) $-2 \sin \sqrt{x} + c$

(C) $\sin \sqrt{x} + c$

(D) $-\sin \sqrt{x} + c$. $\frac{1}{2}$

(iv) $\int \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}} dx$ का मान है

(A) $\log(e^x - e^{-x}) + c$

(B) $\log(e^x + e^{-x}) + c$

(C) $x - \coth x + c$

(D) $x + \coth x + c$.

The value of $\int \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}} dx$ is

(A) $\log(e^x - e^{-x}) + c$

(B) $\log(e^x + e^{-x}) + c$

(C) $x - \coth x + c$

(D) $x + \coth x + c$. $\frac{1}{2}$

2. $\frac{d}{dx} \left[\frac{\cos^2 x - \sin^2 x}{\cos x + \sin x} \right]$ का मान ज्ञात कीजिए ।

Find the value of $\frac{d}{dx} \left[\frac{\cos^2 x - \sin^2 x}{\cos x + \sin x} \right]$. 1

3. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x}}{x}$ का मान ज्ञात कीजिए ।

Evaluate $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x}}{x}$. 1

4. एक कम्पनी अपने उत्पाद को 10 रु० प्रति इकाई के हिसाब से बेचती है । कम्पनी की स्थिर लागत 35,000 रु० है एवं चल लागत कुल आय की 30% है । कुल लागत फलन ज्ञात कीजिए ।

A company sells its product at a price of Rs. 10 per unit. If the fixed cost of the company is Rs. 35,000 and variable cost is 30% of total revenue, find total cost function. 1

5. निम्न अवकल समीकरण हल कीजिए :

$$\frac{dy}{dx} = \sin^2 x + \cos^2 x.$$

Solve the following differential equation :

$$\frac{dy}{dx} = \sin^2 x + \cos^2 x. \quad 1$$

6. यदि $y = \log (\sec x - \tan x)$ तो $\frac{dy}{dx}$ का मान ज्ञात कीजिए ।

If $y = \log (\sec x - \tan x)$, then find the value of $\frac{dy}{dx}$. 2

7. यदि फलन

$$f(x) = \begin{cases} 1 + x, & x \leq 2 \\ k - \frac{x}{2}, & x > 2 \end{cases}, \quad x = 2 \text{ पर संतत है, तो } k \text{ का मान ज्ञात}$$

कीजिए ।

If the function

$$f(x) = \begin{cases} 1 + x, & x \leq 2 \\ k - \frac{x}{2}, & x > 2 \end{cases}$$

is continuous at $x = 2$, find the value of k . 2

8. निम्न फलन की $x = 2$ पर अवकलनीयता की जाँच कीजिए :

$$f(x) = \begin{cases} x + 2, & 0 \leq x \leq 2 \\ x^2 + x - 2, & x > 2 \end{cases}$$

Test the differentiability of the following function at $x = 2$:

$$f(x) = \begin{cases} x + 2, & 0 \leq x \leq 2 \\ x^2 + x - 2, & x > 2 \end{cases} \quad 2$$

9. $\tan^{-1} \left[\frac{1 + \tan x}{1 - \tan x} \right]$ का x के सापेक्ष अवकलन कीजिए ।

Differentiate $\tan^{-1} \left[\frac{1 + \tan x}{1 - \tan x} \right]$ with respect to x . 2

10. $\int e^{\log_e \cos x} \cdot 2 \sin x \, dx$ का मान ज्ञात कीजिए ।

Find the value of $\int e^{\log_e \cos x} \cdot 2 \sin x \, dx$. 2

11. निम्न फलन का x के सापेक्ष समाकलन कीजिए :

$$\frac{x^2 + 1}{x^4 + 1} .$$

Integrate the following function with respect to x :

$$\frac{x^2 + 1}{x^4 + 1} . 2$$

12. $\int \frac{dx}{\sqrt{4 + 3x - 2x^2}}$ का मान ज्ञात कीजिए ।

Find the value of $\int \frac{dx}{\sqrt{4 + 3x - 2x^2}}$. 2

13. x इकाई उत्पादित करने पर एक कम्पनी की कुल लागत $c = 50 + 0.10x^2$ है । कम्पनी को x इकाई विक्रय करने पर कुल आय $R = 2x$ होती है । कम्पनी को कितनी इकाइयों का उत्पादन करना चाहिए ताकि लाभ अधिकतम हो सके ?

The total cost of a company for producing x units is $c = 50 + 0.10x^2$.

The total revenue of the company on sale of x units is $R = 2x$. How many units should the company produce for maximum profit ? 2

14. एक उत्पाद की x इकाई उत्पादित करने के लिए सीमान्त लागत फलन है

$MC = 5 + 10x - 3x^2$ । यदि दो इकाई उत्पादित करने की कुल लागत 22 रु० हो, तो कुल लागत फलन एवं औसत लागत फलन ज्ञात कीजिए ।

The marginal cost for producing x units of a product is

$MC = 5 + 10x - 3x^2$. If cost of producing two units is Rs. 22, find total cost function and average cost function. 2

15. एक उत्पादक की सीमान्त आय फलन $MR = 100 - 2x$ है । कुल आय में कितनी वृद्धि होगी यदि उत्पादन 10 इकाई से बढ़ाकर 20 इकाई कर दिया जाये ?

The marginal revenue function of a manufacturer is $MR = 100 - 2x$. What will be the increase in total revenue if production is increased from 10 units to 20 units ? 2

16. निम्न फलन का ग्राफ खींचिये :

$$y = \frac{1}{2} \cos 2x, x \in [-\pi, \pi] .$$

Draw the graph of the following function :

$$y = \frac{1}{2} \cos 2x, x \in [-\pi, \pi] . \quad 3$$

17. $\int_0^{\pi/2} \frac{\cos x \, dx}{(1 + \sin x)(2 - \sin x)}$ का मान ज्ञात कीजिए ।

Find the value of $\int_0^{\pi/2} \frac{\cos x \, dx}{(1 + \sin x)(2 - \sin x)}$. 3

18. परवलय $y^2 = 4x$ और परवलय $x^2 = 4y$ के बीच का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए ।

Find the area common to the parabolas $y^2 = 4x$ and $x^2 = 4y$. 3

19. एक उत्पादक का मांग फलन $p = 10 - \frac{x}{5}$ है एवं लागत फलन $c = 5x + \frac{x^2}{20}$ है जहाँ x उत्पादन की मात्रा एवं p प्रति इकाई मूल्य है । उत्पादन की किस मात्रा के लिए उत्पादक का लाभ अधिकतम होगा ? अधिकतम लाभ भी ज्ञात कीजिए ।

The demand function of a product is $p = 10 - \frac{x}{5}$ and cost function is $c = 5x + \frac{x^2}{20}$, where x is the production level and p is the price per unit. For which level of production, will profit of the producer be maximum ? Also find out maximum profit. 3

20. एक उत्पादक की x इकाइयों के लिए उत्पादन और विपणन की कुल लागत $c(x) = 200x^2 + 3500x + 10000$ है । यदि प्रति इकाई का विक्रय मूल्य 6,500 रु० हो, तो लाभ-हानि रहित बिन्दु ज्ञात कीजिए ।

The total cost of manufacturing and marketing x units for a manufacturer is $c(x) = 200x^2 + 3500x + 10000$. If the selling price is Rs. 6,500 per unit, find break-even point. 3

21. निम्नलिखित अवकल समीकरण हल कीजिए :

$$\frac{dy}{dx} + xy = x.$$

अथवा

निम्नलिखित अवकल समीकरण हल कीजिए

$$x^2 \frac{dy}{dx} + xy = 1.$$

Solve the following differential equation :

3

$$\frac{dy}{dx} + xy = x.$$

OR

Solve the following differential equation :

3

$$x^2 \frac{dy}{dx} + xy = 1.$$

22. निम्न फलन के लिए रोल प्रमेय का सत्यापन कीजिए :

$$f(x) = x^2 - 5x + 6, \quad x \in [2, 3].$$

Verify Rolle's theorem for the following function :

4

$$f(x) = x^2 - 5x + 6, \quad x \in [2, 3].$$

23. मान ज्ञात कीजिए :

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left[\frac{1}{1+n^3} + \frac{4}{8+n^3} + \frac{9}{27+n^3} + \dots + n \text{ terms} \right]$$

Find the value of

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left[\frac{1}{1+n^3} + \frac{4}{8+n^3} + \frac{9}{27+n^3} + \dots + n \text{ terms} \right]$$

4

24. सिद्ध कीजिए कि फलन $f(x) = \sin x (1 + \cos x)$, बिन्दु $x = \frac{\pi}{3}$ पर उच्चिष्ठ है ।

Prove that the function $f(x) = \sin x (1 + \cos x)$ is maximum at

$$x = \frac{\pi}{3}.$$

4

25. निम्नलिखित सारिणी की सहायता से 25 वर्ष की आयु के व्यक्तियों द्वारा देय वार्षिक शुद्ध प्रीमियम ज्ञात कीजिए :

| | | | | |
|------------------|------|------|------|------|
| आयु | 20 | 24 | 28 | 32 |
| वार्षिक प्रीमियम | 1427 | 1581 | 1771 | 1996 |

Find out the annual net premium of the persons at the age of 25 years from the table given below :

4

| | | | | |
|--------------------|------|------|------|------|
| Age | 20 | 24 | 28 | 32 |
| Annual net premium | 1427 | 1581 | 1771 | 1996 |